



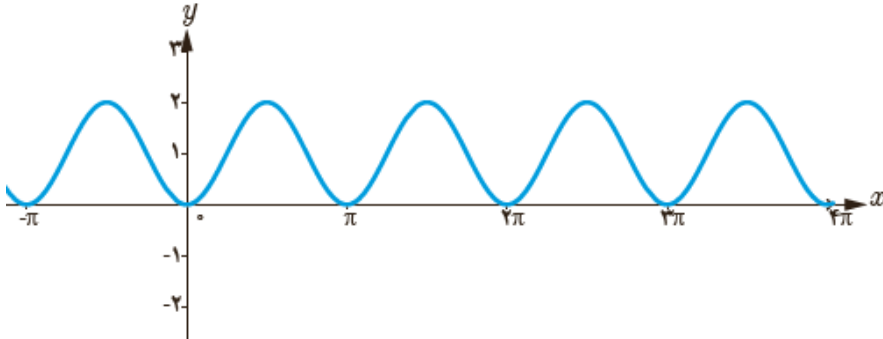
سؤالات درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان :	تعداد صفحه : ۳

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	به سؤالات چهار گزینه‌ای زیر پاسخ دهید. الف) نمودار تابع f با دامنه $[a, b]$ به شکل مقابل است. این تابع چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟ (۱) پنج نقطه (۲) شش نقطه (۳) هفت نقطه (۴) هشت نقطه ب) اگر تابعی مشتق پذیر باشد و $f(3) = 9$ و $f'(3) = 1$ مقدار $(4\sqrt{f})'(3)$ کدام است؟ (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{2}{3}$ پ) تابع $f(x) = x^2 - 4$ را در نظر بگیرید. حاصل ضرب شیب‌های دو نیم مماس قابل رسم بر نمودار تابع در $x = 2$ کدام است؟ (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۴ (۴) -۴	۱/۵
۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ روی بازه $(-\infty, 1]$ اکیداً صعودی است. ب) برای اینکه تابع f روی بازه $[a, b]$ مشتق پذیر باشد کافی است f در بازه (a, b) مشتق پذیر باشد.	۰/۵
۳	جاهای خالی زیر را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) برای آنکه تابع $y = ax + b$ در دامنه‌اش هم صعودی باشد و هم نزولی مقدار a باید برابر با باشد. ب) تجزیه عبارت $x^6 - 1$ برحسب عامل $x - 1$ به صورت است.	۰/۵
۴	مقادیر m, n را طوری بیابید که چند جمله‌ای $x^2 + x^2 + mx - n$ بر $x - 1$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.	۱
« ادامه سؤالات در صفحه دوم »		

سؤالات درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۳

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۵	با استفاده از نمودار تابع $f(x)$ که در شکل زیر داده شده است، نمودار تابع $g(x) = 2f(3x)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد تابع g را تعیین کنید. 	۱
۶	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \sin bx + c$ یا $f(x) = a \cos bx + c$ است. با تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص نمایید. 	۱
۷	معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید و جوابهای کلی آن را بیابید.	۱
۸	حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4x+2}{ x-3 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-x^2}{4x^2-3x+3}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -} \frac{4-\cos 3x}{x}$	۱/۵
۹	مجانبهای قائم و افقی تابع $y = \frac{x}{x^2-9}$ را بیابید.	۱
« ادامه سؤالات در صفحه سوم »		

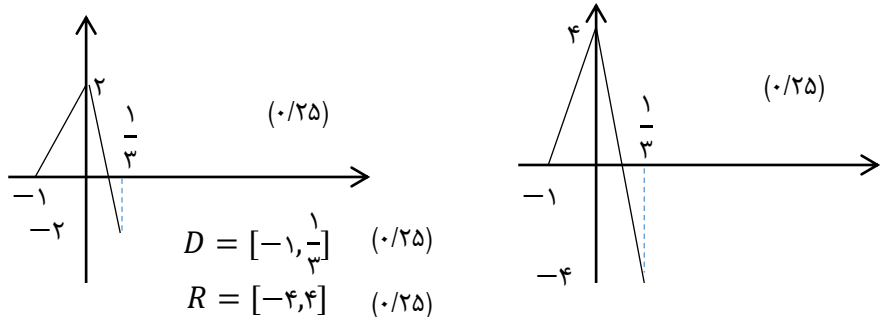
سؤالات درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع :	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه : ۳

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱۰	نقاطی مانند D, C, B, A را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص کنید به طوری که : (نمودار را در پاسخ برگ رسم کرده و نقاط خواسته شده را روی آن مشخص نمایید). الف) A : نقطه‌ای که مقدار مشتق در آن صفر است. ب) B : نقطه‌ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست. پ) C : نقطه‌ای که مقدار تابع منفی ولی مقدار مشتق در آن مثبت است. ت) D : نقطه‌ای که مقدار تابع صفر و مقدار مشتق در آن منفی است.	۱
۱۱	تابع $f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ x + 6 & x > 3 \end{cases}$ داده شده است. مشتق پذیری تابع f را در $x = 0$ و $x = 3$ بررسی کنید.	۱/۵
۱۲	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \left(\frac{x^2}{2x-1} \right) (4x^2 + 3)$ ب) $g(x) = \sin^2(-4x - 1)$	۲
۱۳	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 3t$ است. در چه لحظه‌ای سرعت متوسط در بازه $[0, 1]$ برابر با سرعت لحظه‌ای آن می شود؟	۱
۱۴	اگر نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = ax^2 - bx + 2$ باشد ، a, b را بیابید.	۱/۵
۱۵	اکسترمم‌های مطلق تابع با ضابطه $f(x) = 3x^4 - 8x^2$ را در بازه $[-1, 3]$ بیابید.	۱
۱۶	جهت تقعر تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ را در دامنه آن بررسی کرده و نقطه عطف را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۲۵
۱۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{-x+1}{2x-1}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
« موفق باشید. »		جمع نمره
		۲۰

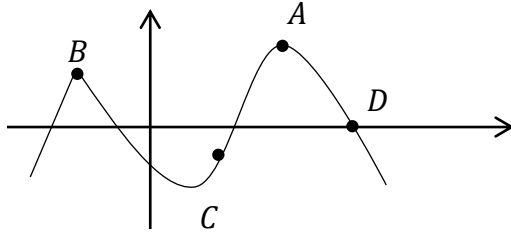
راهنمای تصحیح سؤالات درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) گزینه ۳ صفحه ۱۱۵ ب) گزینه ۴ صفحه ۹۵ پ) گزینه ۲ صفحه ۸۷ (هر مورد ۰/۵)	۱/۵
۲	الف) درست صفحه ۱۲۱ ب) نادرست صفحه ۹۷ (هر مورد ۰/۲۵)	۰/۵
۳	الف) صفر صفحه ۱۶ ب) $(x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ صفحه ۲۲ هر مورد (۰/۲۵)	۰/۵
۴	صفحه ۲۲ $P(1) = 0 \rightarrow 1 + 1 + m - n = 0 \rightarrow \begin{cases} m - n = -2 & (0/25) \\ -m - n = 0 & (0/25) \end{cases}$ $P(-1) = 0 \rightarrow -1 + 1 - m - n = 0 \rightarrow \begin{cases} m - n = -2 & (0/25) \\ -m - n = 0 & (0/25) \end{cases}$ $-2n = -2 \rightarrow n = 1 \rightarrow m - 1 = -2 \rightarrow m = -1 \quad (0/25)$	۱
۵	صفحه ۱۲ (در صورتی که فقط نمودار اصلی به طور صحیح رسم شده باشد نمره رسم کامل منظور گردد). 	۱
۶	صفحه ۳۳ $C = \frac{y_{max} + y_{min}}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1 \quad (0/25)$ $ a = \frac{y_{max} - y_{min}}{2} = \frac{2 - 0}{2} = 1 \quad (0/25)$ $y = -\cos 2x + 1 \quad (0/25)$ $T = \pi = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow b = 2 \quad (0/25)$	۱
۷	صفحه ۴۰ $2 \times \sin x \cos x = \frac{1}{4} \times 2 \rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{6} \quad (0/5)$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} & (0/5) \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$	۱
۸	صفحه ۵۵ $\frac{3}{-} = -\infty$ (۰/۵) پ) صفحه ۶۶ $-\frac{1}{4}$ (۰/۵) ب) صفحه ۵۸ $\frac{1}{+} = +\infty$ (۰/۵) الف)	۱/۵
« ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	صفحه ۶۹ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x^2-9} = \infty$ $x = 3$ مجانب قائم (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x}{x^2-9} = \infty$ $x = -3$ مجانب قائم (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2-9} = 0$ $y = 0$ مجانب افقی (۰/۵)	۱
۱۰	صفحه ۸۲ هر نقطه (۰/۲۵) (نقاط A, C, D باز پاسخ) 	۱
۱۱	صفحه ۹۹ $x = 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \Delta x - 4 = -4$ (۰/۲۵) $x = 0$ تابع در $x = 0$ حد ندارد پس پیوسته نیست لذا مشتق پذیر نخواهد بود. $x = 3 \rightarrow f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+6-9}{x-3} = 1$ (۰/۲۵) $f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2-9}{x-3} = 6$ (۰/۲۵) $x = 3$ تابع در $x = 3$ پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست. (با توجه به اینکه تابع در نقطه $x = 3$ پیوسته است چنانچه بدون استفاده از تعریف، مشتق محاسبه شود نمره منظور گردد).	۱/۵
۱۲	صفحه ۱۰۱ الف) $f'(x) = \left[\frac{2x^2(2x-1)-2x^2}{(2x-1)^2} \right] (4x^2+3) + 8x \left(\frac{x^2}{2x-1} \right)$ (۱) ب) $g'(x) = 2 \sin^2(-4x-1) \times (-4) \cos(-4x-1)$ (۱)	۲
۱۳	صفحه ۱۰۷ $\bar{V} = \frac{f(1)-f(0)}{1-0} = \frac{1+2+0}{1} = 3$ (۰/۵) $f'(t) = 2t + 3 = 4 \rightarrow t = \frac{1}{2}$ (۰/۵)	۱
۱۴	صفحه ۱۲۶ $f'(x) = 3ax^2 - b \rightarrow f'(-1) = 0 \rightarrow 3a - b = 0$ (۰/۵) $(-1, 4) \rightarrow f(-1) = -a + b + 2 = 4 \rightarrow -a + b = 2$ (۰/۵) $3a - b = 0$ $-a + b = 2$ $2a = 2 \rightarrow a = 1, b = 3$ (۰/۵)	۱/۵

«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم»

راهنمای تصحیح سؤالات درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۳

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

صفحه ۱۱۷	$y' = 12x^2 - 24x = 12x^2(x - 2) = 0 \rightarrow x = 0, x = 2 \quad (0/5)$ $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(-1) = 11 \\ f(2) = -16 \rightarrow \min \text{ مطلق} \\ f(3) = 27 \rightarrow \max \text{ مطلق} \end{cases} \quad (0/5)$	۱۵												
صفحه ۱۳۶	$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 \rightarrow f''(x) = 6x - 6 = 0 \rightarrow x = 1 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>۱</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f''</td><td>-</td><td>۰</td><td>+</td></tr><tr><td>f</td><td>$\cap$</td><td>عطف</td><td>$\cup$</td></tr></table> نقطه عطف (۱, ۳) (۰/۲۵)	x	$-\infty$	۱	$+\infty$	f''	-	۰	+	f	$\cap$	عطف	$\cup$	۱۶
x	$-\infty$	۱	$+\infty$											
f''	-	۰	+											
f	$\cap$	عطف	$\cup$											
صفحه ۱۴۴	$y' = \frac{-1}{(2x-1)^2} \quad (0/25)$ $x = \frac{1}{2}$ مجانب قائم (۰/۲۵) $y = -\frac{1}{2}$ مجانب افقی (۰/۲۵) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td> </td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td></tr></table> (۰/۵)	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	y'	-		-	y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	۱۷
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$											
y'	-		-											
y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$											
۲۰	جمع نمره	« همکار محترم خدا قوت »												

مصحح گرامی به سایر پاسخ‌های صحیح نیز نمره تعلق می‌گیرد.